

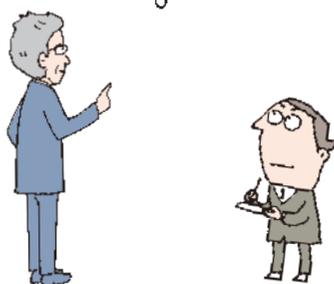
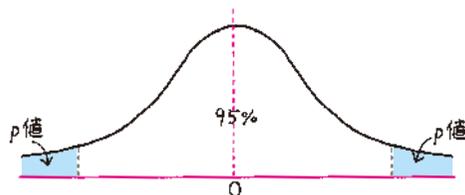
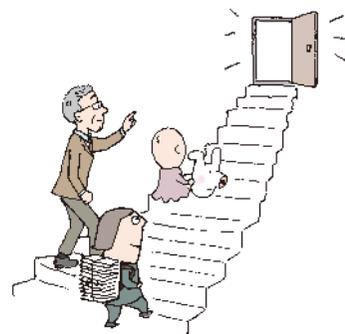


エビデンス習得のための

統計 リテラシー

～歯科医師のための医療統計学～

山本浩正 著



歯科医師のための、**医療統計学**の**“基本のキ”**をまとめました

統計学の**“基礎”**を知ると、

「臨床データの見方」「論文のポイント」が驚くほどよくわかる！

医歯薬出版株式会社

<https://www.ishiyaku.co.jp/>

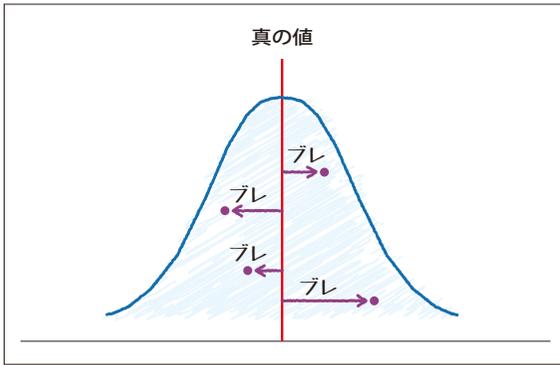


図8 ブレ

ブレは真の値を中心にばらつく。統計処理可能

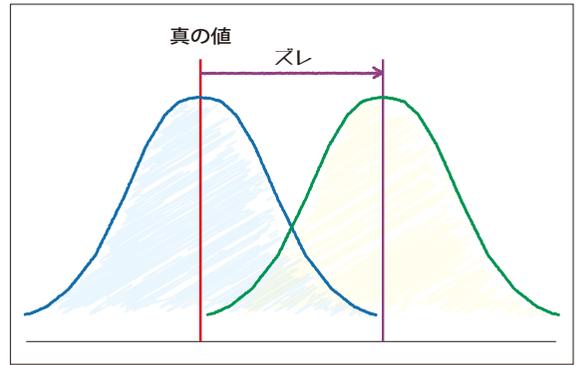


図9 ズレ

ズレは一方方向にズれる。統計処理不可能!

事実と真実

われわれが日頃診療で扱うデータにしても、論文に掲載されているようなデータにしても、それらは“事実”ではあるが、“真実”とは限らない。多くの場合、誤差というエラーが混じっている。

つまり、

S point!



事実 = 真実 + 誤差

そして、その誤差には“ブレ”と“ズレ”の2種類がある。“ブレ”は、統計学用語では**偶然誤差** (random error) とよばれ、**真の値** (true value) を挟んでどちらの方向にも**ランダム**^{*3}に起こる誤差である。**ばらつき** (dispersion, scatter) ともよばれ、統計学的に扱える誤差である (図8)。

それに対して、“ズレ”は**系統誤差** (systematic error) で、真の値のどちらか一方方向に偏って起こる誤差である。**バイアス** (bias) ともよばれ、統計学的に扱えない誤差である (図9)。このバイアスを減らした論文ほど**エビデンス**^{*4}レベルが高い、とされている。論文発表者はこのバイアスを最小限にする努力をし、論文抄読者はバイアスが見つければ、“割り引いて”読むことが現時点でのバイアス対策である。

S point!



バイアスが少い論文ほど、エビデンスレベルが高い

次章では“ブレ”を足掛かりに、話を進めてみたい。

----- 統計学用語の解説 -----

*1【帰無仮説 (null hypothesis)】

「差がない」「効果がない」といった否定形の仮説。測定値等によって帰無仮説が否定(棄却)されれば、「差がある」「効果がある」という肯定形の結論が得られる。

*2【対立仮説 (alternative hypothesis)】

帰無仮説が否定されたときに採用される仮説のこと。

*3【ランダム (random)】

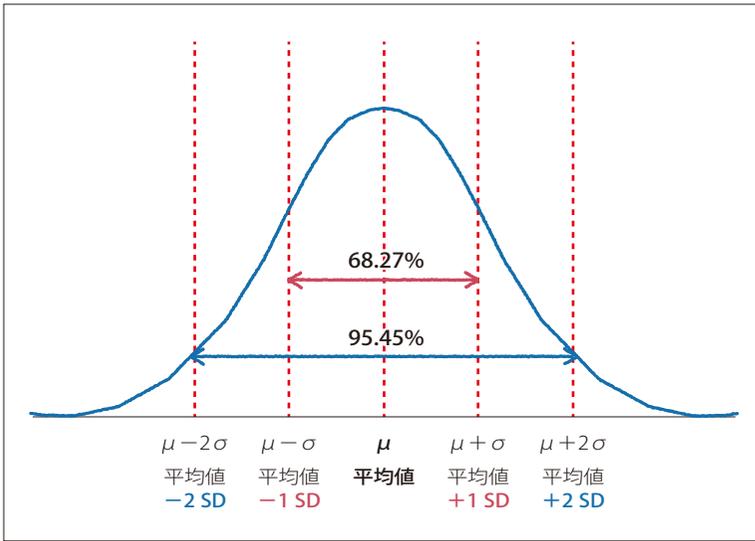
次の起こることが、それ以前に起きたことと全く無関係に起きること。無作為、偶然、確率的も同義語。

*4【エビデンス (evidence)】

臨床研究による実用的な実証報告、およびそれによる客観的な根拠。

参考文献

- 1) Isidor F, et al. Reproducibility of pocket depth and attachment level measurements when using a flexible splint. J Clin Periodontol. 1984; 11 (10): 662-668. [PMID 6594353]
- 2) Janssen PT, et al. Reproducibility of bleeding tendency measurements and the reproducibility of mouth bleeding scores for the individual patient. J Periodontal Res. 1986; 21 (6): 653-659. [PMID 2947998]



平均値 ± 1SD には「68.27%」、
平均値 ± 2SD には
「95.45%」のデータが
入ってくる。そして、
平均値 ± 1.96SD の範囲に
「95%」のデータが入ってくる、
ということだね！

図5 正規分布における平均値と標準偏差の関係

平均値を中心として「±1SD」の範囲には68.27%、「±2SD」の範囲には95.45%が含まれる

データの「95.45%」が含まれることになっている(図5)。つまり、「数IA」の結果では、40.96点(61.27-20.31)～81.58点(61.27+20.31)の間に68.27%の受験生が集中していることになる(あくまで、試験結果が正規分布をしている、という仮定の話です)。「68.27%」にしても「95.45%」にしても、とっても覚えにくい数値である(覚えなくてもいいけど……)。

統計学^{*3}では「95%」とか「5%」という数値を多用するので、正規分布における95%の位置がどこになるのか気になるところである。2SDで95.45%なのであれば、95%だったら2SDよりちょっと小さい値なんだろうと考えたあなた。天才です。答えは「1.96SD」。

S point!



正規分布では、95%のデータが「平均値 ± 1.96SD」の範囲に含まれる

標準化 (standardization) という手法

正規分布というのは、平均値 μ と分散 σ^2 (あるいは標準偏差 σ)が決まると確定する。実際、正規分布の関数は、

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

で、平均値 μ と分散 σ^2 が決まれば式が確定する(興味ないだろうけど……私も……まったく)。

そのため、正規分布は $N(\mu, \sigma^2)$ と表現される。

ちょっと横道にそれるが、統計学ではギリシャ文字が頻繁に登場する(p.32 Column 5参照のこと)。平均値は μ (ミュー)、標準偏差は σ (シグマ)といった具合だ。慣れてもらいたいために、ここでご登場いただいた。読み方を忘れた方はネットで調べてください。

平均値 μ と標準偏差 σ のたった2つのパラメータで決まる正規分布だが、平均値 μ は“山の位置”を決め、標準偏差 σ は“山の広がり”を決めるパラメータになっている。たった2つといっても無数のパターンがあるわけで、毎回その正規分布上で計算をするとなると大変である(図6)。そこで、「標準化」という細工を施すことが考えられた。

S point!



正規分布において、「平均値 μ 」は“山の位置”を「標準偏差 σ 」は“山の広がり”を決める

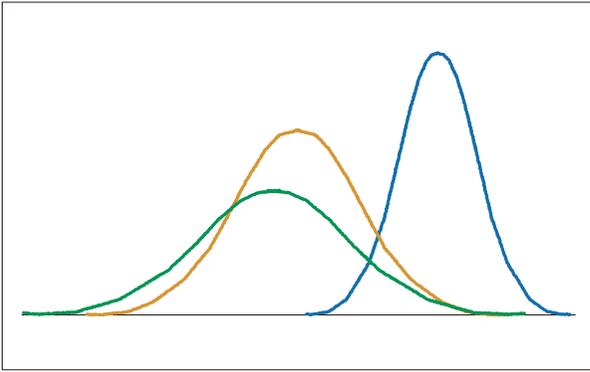


図6 さまざまな正規分布
 平均値や標準偏差が変わると、さまざまな形の正規分布ができる

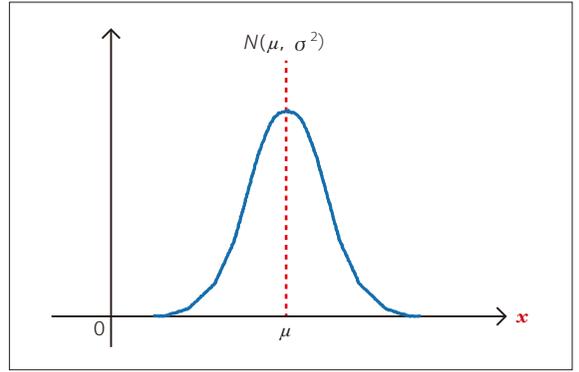


図7 正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$
 平均値が μ 、標準偏差が σ (あるいは分散が σ^2)の正規分布があったとする

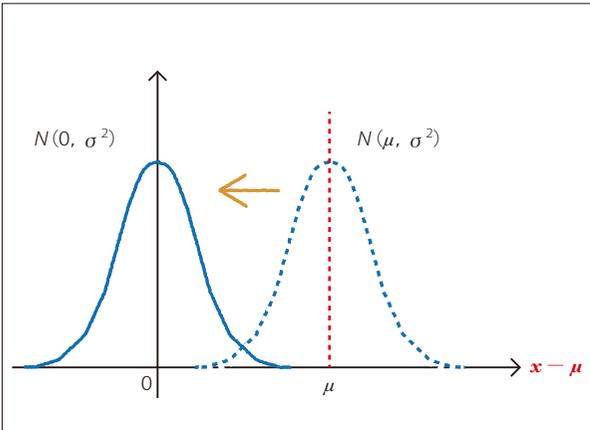


図8 正規分布 $N(0, \sigma^2)$
 横軸の変数を x の代わりに $x-\mu$ とすると、正規分布全体が横滑りして、平均値が0のところに移動する

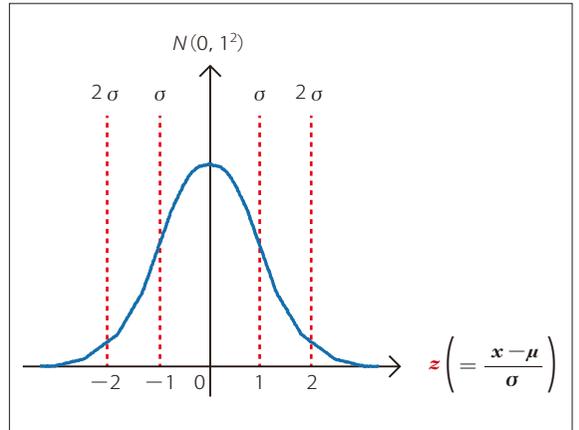


図9 正規分布 $N(0, 1^2)$
 横軸の変数を z 値、つまり、 $\frac{x-\mu}{\sigma}$ にすると平均値が0になって、標準偏差が1に変換される。これを標準正規分布という

またまたいきなり数式で恐縮だが、標準化を行ったときに得られる z 値(z score)という変換式(z 変換)を見てもらいたい。

S point!



式③

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

これは極めて“賢い”変換式である(誰が考えたんだろう?)。

「 x 」は正規分布の横軸の変数(「数IA」の試験結果の「点数」にあたる)。「 μ 」は平均値で、「 σ 」は標準

偏差である。図7の正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ を、図8のように $x-\mu$ を横軸の変数に抜擢すると、正規分布の山のでっぺん、つまり、平均値が、0のところに移動してくる。つまり、 $N(0, \sigma^2)$ となる。そして $x-\mu$ を σ で割ると、標準偏差が1になる(図9)。たとえば、 $x-\mu$ が1SDのところは σ (=SD)で割れば1になるし、2SDのところを σ (=SD)で割れば2になる。つまり、 z 値の変換式(式③)を使うと、 $N(\mu, \sigma^2)$ という正規分布が $N(0, 1^2)$ の正規分布に変換されたことになり、このシンプルな正規分布のことを「標準正規分布(平均が0、分散が1の正規分布)」とよぶ。



COLUMN 5

統計学でよく使う記号



統計学ではギリシャ文字をよく使う。われわれにはなじみがない文字なので、読み方すらわからないものにも出会うことがある。そんなときは、ネットで調べてほしい。Chapter 2までは記述統計の話だったので、そんなにたくさんの記号(ギリシャ文字)が出てこなかったが、推測統計の話になると、母集団のことをいっているのか、それとも標本のことをいっているのかを区別する必要が出てくる。

図1は、その使い分けの代表的な例である。成書によって使う記号が異なることもあるが、参考にしてほしい。

母集団		標本	
平均	μ	平均	\bar{x}
分散	σ^2	分散	s^2, V
標準偏差	σ	標準偏差	s

図1 統計学でよく用いられる記号



COLUMN 6

学生の t 検定?



論文を読んでいると、統計分析のところに「 t test」ではなく、「Student's t test」と書かれていることがある。初めて見た人は(私も含め)、「学生用の t 検定があるの?」と思ってしまう(しまわないか?)。実は、このStudentというのはペンネームなのである。有名な話なので、私が知ったかぶりをして書く必要もないかもしれないが、ブレイクタイム用として読み流していただきたい。

t 検定をこの世に送り出したのは学生ではなく、ウィリアム・ゴセット (William S. Gosset) という英国の統計学者である。ギネスビールの醸造所に就職した彼は、ビール酵母の研究にあたったが、標本数を増やすことができず、頭を悩ませていた。なぜなら、標本数が少ないと、正規分布とはちょっと違う分布になるからだ。そこで、母集団は正規分布に従うと仮定した場合、そこから任意抽出する標本数が少ない場合の分布を見出した。それが t 分布である。彼はそれを統計学の専門誌に発表しようとしたが、会社側が論文の公表を認めなかった(別にいいと思うんだけど、会社の方針だったとのことです)。そこで彼は、Student というペンネームで投稿したのである。 t という記号を統計量にしたのはゴセット本人ではなく、ロナルド・フィッシャー (Ronald A. Fisher) らしい。

今ではGossetという名前より、Studentというペンネームのほうが有名になってしまった。別にネタバレしてるんだから、いつまでもペンネームを使う必要はないとは思いますが、もし論文でStudentを見かけたらニヤツとしてもらいたい。少なくとも、 t 分布や t 検定の使われ方は「ギネスもの」である。

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2} \quad \mu = \frac{1}{n} \sum x_i$$

$$\hat{y} = a + bx \quad \mu = np \quad \sigma = \sqrt{np(1-p)}$$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$



Chapter 7

リスクとオッズの魔法使い



テレビコマーシャルでは『リスクと戦う乳酸菌』が叫ばれ、ノーベル文学賞の発表が近づくたびに英国ブックメーカーが『オッズを発表』して、ハルキストが世界中でザワつきだす。

われわれの生活のなかでも“リスク”や“オッズ”という言葉が浸透してきている。論文のなかでもよく目にする言葉なので、今回のテーマとしてみたい。

「喫煙と歯周病」をリスクで捉える

「喫煙をしていると歯周病になりやすいか？」を調べたい。あなたならどう臨床研究を立案するだろう？ たとえばこんな研究はどうだろう。「非喫煙者で歯周病のない人100人」と「喫煙者で歯周病のない人100人」をランダムに選んだとする。そして、根気強く10年間、経過を追っていった。すると、喫煙者100人のうち50人が歯周病を発症した。それに対して、非喫煙者では100人のうち20人が歯周病を発症した(表1)(あくまで山本の“妄想”です)。

この結果をどう解析するのか考えよう。喫煙者100人のうち50人で歯周病が発症したのだから、発症率は $50/100=0.5$ である。それに対して、非喫煙者では100人中20人で歯周病が発症したのだから、発症率は $20/100=0.2$ だ。この発症率は、一般的に**リスク (risk)*1**とよばれている。つまり、歯周病発症のリスクは喫煙者では「0.5」で、非喫煙者では「0.2」ということになる。それでは、喫煙者は非喫煙者に比べてどれくらい歯周病になりやすいのかというと、その比をとって $0.5/0.2=2.5$ 、つまり、2.5倍リスクが高い、と表現する。これを**リスク比**

表1 歯周病と喫煙の関係・その①

歯周病に罹患していない「喫煙者100人」と「非喫煙者100人」に分け、それぞれ何人が10年後に歯周病を発症するかを“前向き”に調べていった結果(仮想データです)

	歯周病発症あり	歯周病発症なし	計
喫煙あり	50人	50人	100人
喫煙なし	20人	80人	100人

(risk ratio), あるいは**相対リスク (relative risk, RR)**という。

S point!



リスク比 (相対リスク) とは

$$\text{リスク比 (相対リスク)} = \frac{\text{リスクファクターが“ある場合”の発症率 (リスク)}}{\text{リスクファクターが“ない場合”の発症率 (リスク)}}$$

この場合のポイントは研究の流れである。喫煙というリスクファクターに曝されている(これを統計学では**曝露**と表現する)100人と、曝されていない